

## ANGRENAJE CONICE. FORȚE NOMINALE ȘI FORȚE REALE

### 1. Scopul lucrării

Determinarea forțelor care se dezvoltă la transmiterea puterii printr-un angrenaj conic.

### 2. Elemente teoretice

Rolul angrenajelor conice este de a transmite puterea între doi arbori cu axe concurente. Dacă la arborele de ieșire este solicitată puterea  $P_2$ , la arborele de intrare va fi necesară o putere  $P_1$ :

$$P_1 = P_2 \cdot \frac{1}{\eta_k \cdot \eta_{rul}^2} \quad (1)$$

În care:  $\eta_k$  este randamentul angrenajului conic care, funcție de soluția constructivă, precizia de execuție și condițiile de lubrificație poate avea valori  $\eta_k = (0,95 \dots 0,97)$ , iar  $\eta_{rul}$  este randamentul perechii de rulmenți care asigură susținerea unui arbore,  $\eta_{rul} \approx 0,99$ .

Dacă  $\omega_1$  și  $\omega_2$  sunt vitezele unghiulare ale fiecărui arbore raportul de transmitere al angrenajului conic este:  $i_k = \omega_1 / \omega_2$ , iar momentele de torsiune vor fi:  $T_1 = P_1 / \omega_1$  și  $T_2 = P_2 / \omega_2$  unde:  $P_1, P_2$  în W,  $\omega_1, \omega_2$  în rad/s, iar  $T_1, T_2$  în N·m.

#### 2.1. Parametrii specifici danturii conice în secțiunea de calcul a forțelor

Definirea și calculul forțelor din angrenajul conic se face în secțiune mediană, adică pe diametrul mediu  $d_m$ , conform schemei din figura 2.

Modulul mediu  $m_m$  și diametrul median  $d_m$  sunt:

$$m_m = \frac{m}{1 + 0,5 \cdot \Psi_{Rm}} \quad (2)$$

$$d_{m1} = m_m \cdot z_1, \quad d_{m2} = m_m \cdot z_2 \quad (3)$$

în care:  $m$  este modulul standard pe conul exterior al danturii, iar  $\Psi_{Rm} = b/R_m$  este lățimea relativă a danturii cu  $b$  – lățimea danturii și  $R_m$  – lungimea medie a generatoarei de divizare.

## 2.2. Forțe nominale la angrenajul conic cu dinți drepți

Forța de interacțiune  $F_n$  dintre flancurile celor doi dinți aflați în angrenare este privită ca o forță concentrată acționând pe conul median, la mijlocul lățimii dintelui și având direcția normalei comune a suprafețelor flancurilor din punctul de contact. Se consideră planul  $P_r$  format de punctul de contact și axa roții conice respective. Pentru ușurința calculelor se descompune forța de interacțiune într-o componentă tangențială  $F_t$  perpendiculară pe planul  $P_r$  și o componentă  $F_x$  aflată în planul  $P_r$  și perpendiculară pe generatoarea conului de divizare, figura 1 și figura 2. Componenta  $F_x$  la rândul ei se descompune într-o componentă radială  $F_r$  și o componentă axială  $F_a$ . Deci:

$$\vec{F}_n = \vec{F}_t + \vec{F}_r + \vec{F}_a \quad (4)$$

Din cele trei componente ale interacțiunii  $F_n$  numai componenta tangențială produce moment de torsiune în raport cu axa roții, condiție din care se și determină valoarea modulului forței tangențiale. Mărimile modulelor celorlalte componente se determină pe cale trigonometrică în funcție de modulul forței  $F_t$ , figura 1 și figura 2.

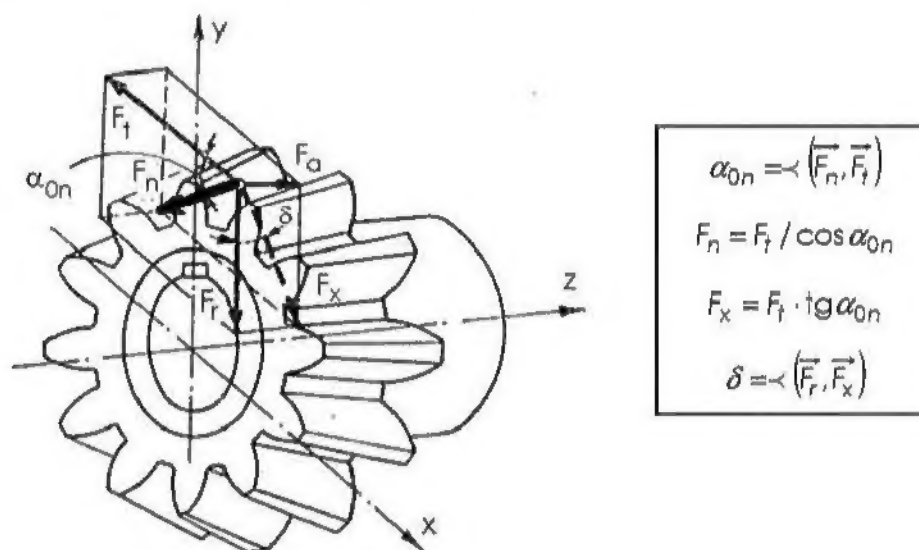


Fig. 1 Descompunerea forței normale pe dinte la roata conică

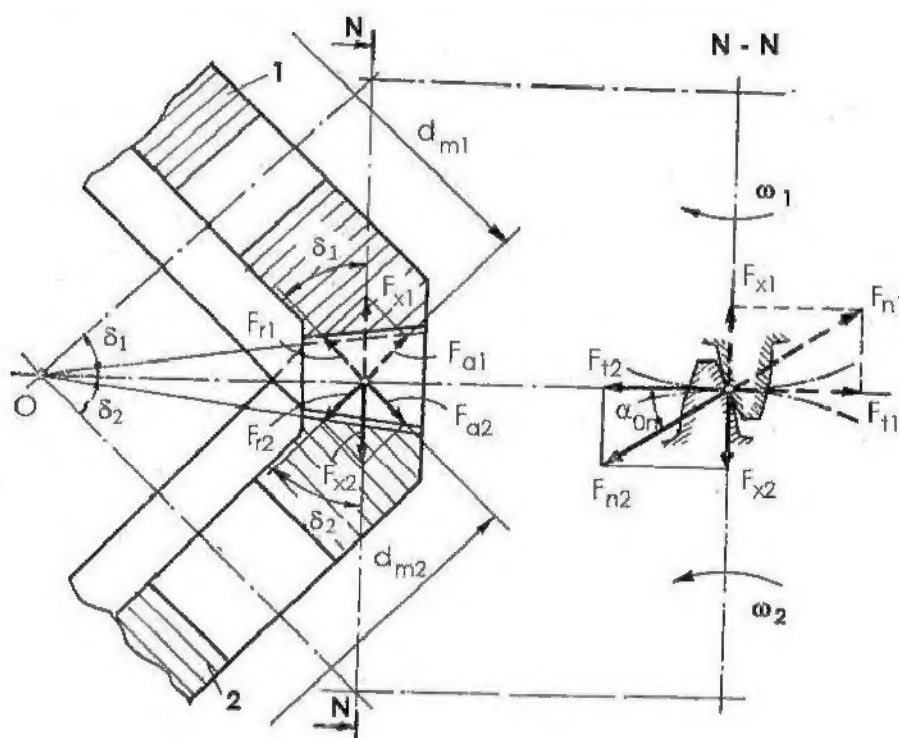


Fig. 2 Componentele forțelor în angrenajul conic

**2.3. Relațiile de calcul pentru componentele forței normale**

Forța tangențială (se determină din condiția de transmitere a puterii):

$$F_{t1} = 2 \cdot \frac{T_1}{d_{m1}}, \quad F_{t2} = 2 \cdot \frac{T_2}{d_{m2}} \quad (5)$$

Componenta  $F_x$ :  $F_{x1} = F_{t1} \cdot \tan \alpha_{0n}, \quad F_{x2} = F_{t2} \cdot \tan \alpha_{0n} \quad (6)$

Forța radială:  $F_{r1} = F_{x1} \cdot \cos \delta_1 = F_{t1} \cdot \tan \alpha_{0n} \cdot \cos \delta_1$   
 $F_{r2} = F_{x2} \cdot \cos \delta_2 = F_{t2} \cdot \tan \alpha_{0n} \cdot \cos \delta_2 \quad (7)$

Forța axială:  $F_{a1} = F_{x1} \cdot \sin \delta_1 = F_{t1} \cdot \tan \alpha_{0n} \cdot \sin \delta_1$   
 $F_{a2} = F_{x2} \cdot \sin \delta_2 = F_{t2} \cdot \tan \alpha_{0n} \cdot \sin \delta_2 \quad (8)$

Forța normală  $F_{n1} = F_{t1} / \cos \alpha_{0n}, \quad F_{n2} = F_{t2} / \cos \alpha_{0n} \quad (9)$

care verifică relația:  $F_n = \sqrt{F_t^2 + F_r^2 + F_a^2} \quad (9')$

## 2.4. Forțe reale

Forțele reale sunt calculate funcție de forțele nominale prin luarea în considerare a efectelor dinamice suplimentare generate de dinamicitatea sarcinii, dinamicitatea internă a angrenajului și de concentrarea sarcinii pe dinte:

$$F_{real} = F_{nominal} \cdot K_{real} \quad (10)$$

Factorul  $K_{real}$  se stabilește pentru fiecare tip de solicitare a dintelui:

– la solicitarea de contact dintre flancuri:

$$K_{real\_H} = K_A \cdot K_V \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha} \quad (11)$$

– la solicitarea de încovoiere față de baza dintelui:

$$K_{real\_F} = K_A \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha} \quad (12)$$

unde:

$K_A$  – factorul de dinamicitate extern (de utilizare) adoptat similar ca la angrenajul cilindric (vezi Lucrarea 10 „Angrenaje cilindrice. Forțe nominale și forțe reale”);

$K_V$  – factorul dinamic intern, determinat de Imperfecțiunile de execuție, se apreciază în funcție de viteză (turație), tipul danturii (dreaptă sau înclinată) și duritatea materialului utilizând relațiile indicate în [1]-[4]:

$$\begin{aligned} K_V &= 0,96 + 0,00032 \cdot n_1 && \text{– pentru dinți dreapți și } HB_{1(2)} < 3500 \text{ MPa;} \\ &0,97 + 0,00014 \cdot n_1 && \text{– pentru dinți dreapți și } HB_{1(2)} > 3500 \text{ MPa;} \\ &0,98 + 0,00011 \cdot n_1 && \text{– pentru dinți înclinați și } HB_{1(2)} < 3500 \text{ MPa;} \\ &0,96 + 0,00007 \cdot n_1 && \text{– pentru dinți înclinați și } HB_{1(2)} > 3500 \text{ MPa;} \end{aligned} \quad (13)$$

în care:  $n_1$  – turația pinionului conic, în rot/min;

$K_{H\beta}, K_{F\beta}$  – factorii de repartiție a sarcinii pe lățimea danturii se determină funcție de coeficientul de lățime  $\psi_{dm}$  dat de relația:

$$\psi_{dm} = \frac{\psi_{Rm}}{2 \cdot \sin \delta_1} \quad (14)$$

(cu  $\delta_1$  semilunghiul conului de divizare la pinion), treapta de precizie a angrenajului și poziția roților față de reazeme din tabelul 1, iar  $K_{F\beta} = K_{H\beta}$ :

$K_{H\alpha}, K_{Fa}$  – factori de repartiție frontală a sarcinii la solicitarea de contact, respectiv încovoiere determinați din tabelul 4 (vezi Lucrarea 10) în care factorul influenței lungimii minime de contact este:

$$\begin{aligned} Z_E &= 0,95 \text{ la danturi drepte sau înclinate cu } \psi_{dm} \leq 0,5 \\ Z_E &= 0,88 \text{ pentru } \psi_{dm} > 0,5 \end{aligned} \quad (15)$$

**Tabelul 1** Factorul  $K_{H\beta}$  la angrenaje conice cu  $HB_{1(2)} > 3500$  MPa

Poziția roților față de reazeme	Dantura bombată	Treapta de precizie după criteriul de contact între dinți	Relația de calcul $K_{H\beta}$
Ambele roți între reazeme	Da	5 – 6	$0,1 \cdot \psi_{dm} + 1$
		7 – 8	$0,2 \cdot \psi_{dm} + 1$
		9 – 10	$0,3 \cdot \psi_{dm} + 1$
	Nu	5 – 6	$0,3 \cdot \psi_{dm} + 1$
		7 – 8	$0,5 \cdot \psi_{dm} + 1$
		9 – 10	$0,7 \cdot \psi_{dm} + 1$
Una dintre roți în consolă	Da	5 – 6	$0,2 \cdot \psi_{dm} + 1$
		7 – 8	$0,4 \cdot \psi_{dm} + 1$
		9 – 10	$0,5 \cdot \psi_{dm} + 1$
	Nu	5 – 6	$0,5 \cdot \psi_{dm} + 1$
		7 – 8	$0,7 \cdot \psi_{dm} + 1$
		9 – 10	$1 \cdot \psi_{dm} + 1$

**Observații:**

Pentru angrenajele cu cel puțin o roată cu  $HB \leq 3500$  MPa se adoptă  $K_{H\beta} = 0,5 (1 + K_{H\beta\_tabel})$ ; Dacă ambele roți sunt în consolă  $K_{H\beta} = 1,1 K_{H\beta\_tabel}$  cu valoarea adoptată din tabel pentru cazul cu o singură roată în consolă.

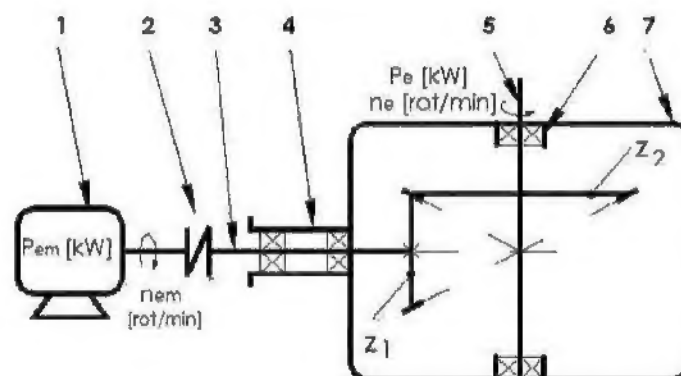
### 3. Instalația experimentală și modul de lucru

Fiecare grup de lucru primește câte un angrenaj conic, demontat dintr-un reductor acționat de un motor electric asincron, figura 3.

- 1) Se execută schița forțelor nominale dezvoltate în angrenaje.
- 2) Se realizează schema cinematică a transmisiei cu roți conice.

### 4. Prelucrarea și interpretarea rezultatelor experimentale

a) Se consideră geometria danturii conice calculată la Lucrarea 11 „Reconstituirea elementelor geometrice ale unui angrenaj conic cu dinți drepti” (modulul standard  $m$ , numărul de dinți al roții plane  $z_p$ , lungimea exterioară a generatoarei de divizare  $R_e$ , semiunghiul conului de divizare la pînlon  $\delta_1$ ).



**Fig. 3** Schema cinematică a unui reductor cu roți dințate conice

b) Se determină lungimea medie a generatoarei de divizare  $R_m$  cu relația:

$$R_m = R_e - 0,5 \cdot b \quad (16)$$

c) Se determină:

- coeficientul de lățime  $\psi_{Rm}$  cu relația (14),
- modulul median  $m_m$ ,
- diametrele mediane ale celor două roți conice  $d_{m1}$ ,  $d_{m2}$  cu relațiile (3),
- turația și puterea electromotorului de acționare în funcție de turația și puterea impuse ca necesare la ieșirea reductorului.

d) Se determină valorile forțelor nominale din angrenajul conic.

e) Considerând aplicația primită (destinația transmisiei, antrenarea transmisiei, execuția angrenajului, poziția roților, turația pinionului) se apreciază valorile forțelor reale pentru solicitarea de contact.

f) Se apreciază valorile forțelor reale pentru solicitarea de încovoiere.

g) Se interpretează valorile obținute pentru forțele reale în raport cu valorile nominale.

#### Bibliografie

1. Crețu, S., Hagiu, Gh., Grigoraș, Ș., Leohchi, D., Hantelmann, M., Bălan, R., 1992, *Proiectarea angrenajelor*, Rotaprint Iași.
2. Gafițanu, M., Crețu, S., Pavelescu, D., ș.a., 1983, *Organe de mașini*, vol. II, Editura Tehnică, București.
3. Rădulescu, Gh., Miloșu, Gh., Gheorghiu, N., Muntean, C., Vișa, F., Ionescu, N., popovici, V., Dobre, Gh., Rașeev, M., 1986, *Îndrumar de proiectare în construcția de mașini*, vol. III, Ed. Tehnică, București.
4. Velicu, D., Moldoveanu, Gh., Velicu, R., 2004, *Proiectarea angrenajelor conice și hipoidale*, Editura Universității Transilvania, Brașov.